



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso 2012-2013
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Se contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

Calificación total máxima: 10 puntos.

Tiempo: Hora y media.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

- (1 punto) Calcular la matriz inversa A^{-1} de A .
- (1 punto) ¿Son iguales las matrices $(A^{-1})^2$ y $(A^2)^{-1}$?
- (1 punto) Dada la matriz $B = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix}$ resolver la ecuación matricial $AX = B$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dados el plano $\pi \equiv x - 2y + z = 6$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{m} = z$, se pide:

- (1 punto) Estudiar la posición relativa de r y π según los valores de m .
- (1 punto) Para $m = -2$, determinar el plano que contiene a r y es perpendicular a π .
- (1 punto) Para $m = -2$, determinar el punto de corte de r y π .

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, se pide:

- (1,5 puntos) Hallar los valores de a , b y c para que la gráfica de la función tenga un extremo relativo en el punto de abscisa $x = 1$, un punto de inflexión en el punto de abscisa $x = 2/3$ y corte al eje OY en el punto de ordenada $y = 1$.
- (0,5 puntos) ¿Es el extremo relativo un máximo o un mínimo?

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 25, & \text{si } x \leq 1, \\ 5\sqrt{(2+x)^2 + (5-x)^2}, & \text{si } 1 < x < 2, \\ \frac{5\ln(1+x^2)}{\ln 5}, & \text{si } 2 \leq x, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Estudiar la continuidad de $f(x)$ en $x = 1$ y en $x = 2$.
- (1 punto) Estudiar la derivabilidad de $f(x)$ en $x = 1$ y en $x = 2$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función $f(x) = \frac{x^2 + \alpha}{x^2 + 1}$, se pide:

- (1 punto) Calcular la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x = 1$.
- (0,5 puntos) Hallar el valor de α para el que esta recta tangente es horizontal.
- (1,5 puntos) Representar gráficamente la función $y = f(x)$ para $\alpha = 2$, estudiando sus asíntotas, y su crecimiento y decrecimiento.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dado el haz de planos de \mathbb{R}^3 definido por:

$$\pi_a \equiv x + 2y + az - 1 = 0$$

(al variar a en \mathbb{R} se obtienen todos los planos del haz) y la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = y+3 = \frac{z}{2}$, se pide:

- (1 punto) Determinar para qué valores de a la recta r es paralela al plano π_a .
- (1 punto) Razonar si hay algún valor de a tal que la recta r es perpendicular al plano π_a , y en caso afirmativo calcular dichos valores de a .
- (1 punto) Si $a = 1$, obtener los puntos de la recta r cuya distancia al plano π_1 es $\sqrt{6}$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

Resolver la ecuación:

$$\begin{vmatrix} x+1 & 1 & 6 \\ x-1 & 0 & -6 \\ x^2+2 & x & 12 \end{vmatrix} = 6.$$

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + ay - z = 0, \\ 3x + 2y + az = 0, \\ 7x + 9y + 9z = 0, \end{cases}$$

se pide:

- (1,5 puntos) Discutir el sistema según los valores de a .
- (0,5 puntos) Resolverlo para $a = 5$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos. No es necesario calcular las matrices $(A^2)^{-1}$ y $(A^{-1})^2$, pero si el alumno lo comprueba de este modo, se dará la respuesta por correcta.
- c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 3.

- a) Por el cálculo de cada uno de los tres coeficientes a , b y c : 0,5 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

Ejercicio 4.

- a) Por el estudio de la continuidad en cada punto: 0,5 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,25 puntos.
- b) Por el estudio de la derivabilidad en cada punto: 0,5 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,25 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
- c) Por el estudio del crecimiento: 0,5 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,25 puntos. Por el estudio de las asíntotas: 0,5 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,25 puntos. Por la representación gráfica: 0,5 puntos.

Ejercicio 2.

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

Ejercicio 3. Planteamiento, 1 punto. Resolución, 1 punto.

Ejercicio 4.

- a) Por la obtención de los valores críticos $a = 5$, $a = 1/7$, 0,5 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,25 puntos. Por la discusión de cada uno de los casos $[a = 5 \text{ ó } a = 1/7]$, $[a \neq 5 \text{ y } a \neq 1/7]$: 0,5 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.